

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ - ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΚΥΡΙΑΚΗ 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2016

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 4

Θέμα 1ο

A. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής .

Μονάδες 8

B. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ στο $x_0 \in A$

Μονάδες 7

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος

- i.** Αν μία συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ τότε, πάντα, θα υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ για τα οποία θα ισχύει: $x_1 < x_2$ ενώ $f(x_1) > f(x_2)$
- ii.** Αν η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχής στο $x_0 \in A$ τότε πρέπει
$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0)) = 0.$$
- iii.** Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .
- iv.** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0 , τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 .
- v.** Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

A. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x < -1 \\ \lambda x + \mu & , \quad -1 \leq x \leq 1 \quad \text{με } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ x^2 - 2x + 5 + \ln x & , \quad x > 1 \end{cases}$$

Να βρείτε τα λ και μ , ώστε να υπάρχουν ταυτόχρονα τα

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

Μονάδες 10

B. Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(3,2)$ και $B(5,9)$.

- i. Βρείτε το είδος μονοτονίας της f .
- ii. Εξετάστε αν ορίζεται η f^{-1} .
- iii. Να λυθεί η εξίσωση $f(2 + f^{-1}(x^2 + x)) = 9$.
- iv. Λύστε την ανίσωση $f(f^{-1}(x^2 - 8x) - 2) < 2$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3ο

A.

- i. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι περιττή και η $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ άρτια, να αποδείξετε ότι η $g \circ f$ είναι άρτια.
- ii. Αν για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(x+y) = f(x) + f(y)$ να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση $h(x) = \sin(f(x))$ είναι άρτια.

Μονάδες 12

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι ορίζετε η f^{-1} την οποία να βρείτε.

γ. Να δείξετε ότι οι συναρτήσεις f και f^{-1} είναι περιττές.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

A. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\eta\mu(2x) - \epsilon\varphi x}{\sigma\upsilon\nu(2x)}$

Μονάδες 10

B. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$f(x) \leq x, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

και $f(x+y) \leq f(x) + f(y)$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$

- i. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ii. Να δείξετε ότι η f είναι περιττή
- iii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f

Μονάδες 15

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ